ENTAC 2024
XX ENCONTRO NACIONAL DE TECNOLOGIA DO AMBIENTE CONSTRUÍDO
Maceió, Brasil, 9 a 11 de outubro de 2024

GRÁFICOS DE CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSOS PARA ANÁLISE DO CONSUMO DE ÁGUA: UM ESTUDO DE CASO EM UMA UNIVERSIDADE

Statistical Process Control Charts for the Analysis of Water Consumption: A Case Study at a University

Samuel Rodrigues Reginatto
Universidade do Estado de Santa Catarina | Joinville | Brasil | samuel.reginatto@edu.udesc.br

Elisa Henning
Universidade do Estado de Santa Catarina | Joinville | Brasil | elisa.henning@udesc.br

Andreza Kalbusch
Universidade do Estado de Santa Catarina | Joinville | Brasil | andreza.kalbusch@udesc.br

Resumo

Este estudo visa analisar o padrão de consumo de água na Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC – CCT), localizada no sul do Brasil, empregando Gráficos de Controle Estatístico de Processos. Neste artigo examinam-se as variações mensais no consumo de água ao longo de 53 meses (2017-2022), abrangendo o período da pandemia de COVID-19. O estudo foi realizado em uma Instituição Pública de Ensino Superior, com aplicação de gráficos de Shewhart, Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA) e Somas Cumulativas (CUSUM). Esses gráficos fornecem insights sobre as mudanças no consumo, notavelmente influenciadas pela pandemia de COVID-19. O estudo é dividido em duas fases: a Fase 1 estabelece linhas de referência para guiar a análise, enquanto a Fase 2 avalia todos os pontos de dados em relação a esses pontos de referência. Testes de normalidade nos dados de referência foram utilizados para validar a Fase 1. Uma diminuição gradual no consumo de água durante os meses de lockdown corresponde à redução do tráfego no campus. Os gráficos de controle podem ser facilmente integrados aos sistemas digitalizados de medição de consumo de água devido à sua simplicidade de programação e interpretação.

Palavras-chave: Monitoramento. Consumo de água. Controle Estatístico de Processos. Análise gráfica. Padrão de consumo.

Abstract

This study analyzes water consumption at Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC – CCT) located in southern Brazil using Statistical Process Control Charts. This article examines the monthly variations in water consumption over 53 months (2017-2022), including the period of the COVID-19 pandemic. The study was conducted at a Public Higher Education Institution, utilizing Shewhart, Exponentially Weighted Moving Average (EWMA), and Cumulative Sum

Como citar:
REGINATTO, S.R; HENNING, E; KALBUSCH, A. Gráficos de controle estatístico de processos para análise do consumo de água: um estudo de caso em uma universidade. In: ENCONTRO NACIONAL DE TECNOLOGIA DO AMBIENTE CONSTRUÍDO, 2024, Maceió. **Anais**... Maceió: ANTAC, 2024.

(CUSUM) charts. These charts provide insights into changes in consumption, notably influenced by the COVID-19 pandemic. The study is divided into two phases: Phase 1 establishes reference lines to guide the analysis, while Phase 2 evaluates all data points in relation to these benchmarks. Normality tests on the reference data were used to validate Phase 1. A gradual decrease in water consumption during the lockdown months corresponds to reduced campus traffic. Control charts can be easily integrated into digitized water consumption measurement systems due to their simplicity of programming and interpretation.

Keywords: Monitoring. Water consumption. Statistical Process Control. Graphical analysis. Consumption pattern.

INTRODUÇÃO

O ano de 2020 foi marcado por um forte impacto socioeconômico gerado pela pandemia de COVID-19, que teve início já nos primeiros meses do ano. A COVID-19 gerou mudanças no cotidiano das pessoas em todo o mundo [1]. No ambiente escolar, a educação *online* se tornou uma alternativa importante na manutenção das atividades do cotidiano e, ainda segundo estes autores, essas atividades foram importantes para o bem viver durante o difícil período de isolamento enfrentado. Com retorno das aulas presenciais novos cuidados foram inseridos na rotina das instituições de ensino. Conforme a Organização das Nações Unidas – ONU [2] a pandemia de COVID-19 intensificou as necessidades de acesso à água potável, e o Office of the United Nations High Commissioner for Human Rights - OHCHR [3] traz a importância de lavar as mãos com sabão e água limpa para o enfrentamento da pandemia. Deste modo, a análise do consumo de água das edificações, considerando diferentes usos e tipologias, é importante.

Nesse contexto, o objeto deste estudo é analisar o padrão de consumo de água de uma Instituição Pública de Ensino Superior, situada na região sul do Brasil empregando Gráficos de Controle Estatístico de Processos.

GRÁFICOS DE CONTROLE

O controle estatístico do processo (CEP) é uma coleção de ferramentas com princípios sólidos, de significativo impacto na resolução de problemas e de grande auxílio na melhoria da capacidade dos processos [4] e, também, são úteis na estimativa dos parâmetros para determinação da capacidade dos processos de produção [4]. De acordo com o mesmo autor, estes gráficos possibilitam a visualização e análise do processo de forma simplificada, relacionando a amostra (os dados) e o tempo (frequência). São largamente utilizados para bases em que os dados foram coletados individualmente, um de cada vez com amostras de mesmo tamanho ($n = 1$), assim chamados, para medidas individuais [4]. Vining [5] define como “fase 1” e “fase 2” dois conjuntos de dados, nos quais a fase 1 tem caráter exploratório definindo parâmetros, para que na fase 2, a análise, propriamente dita, seja realizada.

A avaliação do desempenho de um gráfico de controle é feita a partir do ARL (A*verage Run Lenght*), que corresponde ao valor esperado de amostras para detectar uma mudança ocorrida no processo [4]. Um gráfico de controle com limites de três erros

padrão tem ARL_0 igual a 370, para $\alpha = 0{,}27\%$. Este valor, ARL_0 = 370, é comum na literatura e em aplicações nos processos industriais. O nível de significância α utilizado corresponde ao Erro tipo I dos testes de hipóteses estatísticos [4]. Desse modo, para gráficos construídos para as mesmas condições sob controle estatístico (ARL_0), o desempenho pode ser medido a partir da velocidade na detecção das verdadeiras mudanças na média (ARL_1). O ARL_1 denota o valor esperado de amostras necessárias para sinalizar uma mudança real na média [4].

Conforme Montgomery [4], gráficos de controle utilizam a média amostral, ou seja, apenas da fase 1, para o monitoramento da média do processo. Gráficos de Shewhart ficaram muito populares e são largamente utilizados no CEP pela relativa simplicidade e, também, devido à sua eficácia na detecção de grandes alterações [4]. Na construção deste tipo de gráfico, cada novo ponto inserido recebe informação apenas do ponto anterior. De acordo com Stemann [6], gráficos de Shewhart não captam mudanças com magnitudes pequenas por ignorarem o histórico do processo, apresentando apenas os valores atualizados de cada amostra. Em gráficos de Shewhart para medidas individuais, o primeiro dos três gráficos aqui apresentados, os limites de controle (superior e inferior) e a linha central são apresentados nas equações (1), (2) e (3).

$$LSC = \overline{x} + 3\frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (1)$$

$$Linha\ central = \overline{x} \quad (2)$$

$$LSC = \overline{x} - 3\frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (3)$$

Em que $\overline{x}$ é a média da amostra chamada de fase 1 e n é o tamanho da amostra, a amplitude móvel $\overline{MR} = |x_i - x_{i-1}|$ com $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Ainda, a constante d_2 é um fator tabelado que depende do número de amostras. A tabela para a constante d_2 pode ser encontrada em Montgomery [4]. O quociente é multiplicado por +3 e -3 obtendo-se, três desvios padrões para mais e para menos, respectivamente, nos limites superior e inferior, em relação à média do processo.

Para conjuntos de dados com pequenas e persistentes mudanças na média são recomendados os gráficos de CUSUM e EWMA, ambos eficazes, mas com algumas diferenças [4]. Gráficos de CUSUM (gráficos de controle de soma cumulativa), foram desenvolvidos para acumular informações das diversas amostras antecedentes a cada novo ponto, a decisão é baseada na informação acumulada e consegue-se rapidez na sinalização de pequenas mudanças [7], como por exemplo um vazamento contínuo e de baixo fluxo. De acordo com Alves [8] gráficos de CUSUM são particularmente eficientes com amostras sequenciais de tamanho $n = 1$, ou seja, as observações são individuais. Em Alves *et al*. [9], as estatísticas unilaterais para tal gráfico são apresentadas como C_i^+ (Plano Superior) para detectar mudanças positivas, onde a estatística C_i^+ é a soma acumulada dos desvios positivos e C_i^- (Plano Inferior) para detectar mudanças negativas, que é a soma acumulada dos desvios negativos. O cálculo destas é apresentado nas equações (4) e (5).

$$C_i^+ = máx[0, X_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+] \quad (4)$$

$$C_i^- = máx[0, (\mu_0 - K) - X_i + C_{i-1}^-] \quad (5)$$

Em que os valores iniciais são $C_i^+ = C_i^- = 0$ e caso sejam encontrados valores negativos para C_i^+ e analogamente valores positivos para C_i^-, estes devem ser substituídos por zero [8]. X_i é a observação controlada no tempo i e μ_0 é a média da amostra. K é chamado valor de referência, ou compensação, e é aproximadamente a metade do valor que se tem interesse em detectar rapidamente para determinada mudança entre μ_0 (valor pretendido) e μ_1 (valor da média fora de controle). É calculado $K = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} = \frac{\delta}{2}\sigma$, em que δ é o tamanho da mudança em unidades de desvio padrão e σ é o desvio padrão. A escolha do valor de referência K e o intervalo de decisão H são fundamentais para o planejamento do gráfico de CUSUM e Montgomery [4] define $H = h\sigma$ e $K = k\sigma$. Aqui utilizou-se $h = 5$ e $k = 0{,}5$ para um $ALR_0 = 370$. O intervalo de decisão H é formado pelo limite inferior de decisão (LDB) e pelo limite superior de decisão (UDB).

O gráfico EWMA (média móvel exponencialmente ponderada) é denominado, de acordo com Stemann [6], um gráfico com memória. Assim como o gráfico de CUSUM, o gráfico de EWMA guarda informações das amostras antecedentes, porém neste, as amostras não têm todas o mesmo peso, a influência das informações pode variar de acordo com a passagem do tempo e a distância entre os pontos [4]. Assim, a estatística do gráfico da média móvel exponencialmente ponderada é definida como:

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) z_i - 1 \quad (9)$$

Em que $z_0 = \overline{x}$ e $\lambda = 0{,}2$ o que atribui um peso maior para as observações mais antigas. Utilizamos aqui três desvios padrão, ou seja, $L = 3$ (ARL_0 = 370). Assim, tem-se os limites de controle para o gráfico de EWMA expressos pelas equações (10), (11) e (12).

$$\text{LSC} = \mu_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \quad (10)$$

$$\text{Linha central} = \mu_0 \quad (11)$$

$$\text{LIC} = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \quad (12)$$

DADOS E MÉTODOS DE PESQUISA

A pesquisa aqui apresentada é aplicada e tem objetivo exploratório [10], dedica-se a analisar o volume de água (m³/mês) consumido na Universidade do Estado de Santa Catarina. Os dados observados neste estudo foram arranjados considerando uma frequência mensal, abrangendo o período de agosto de 2017 a dezembro de 2022 e foram obtidos junto à Companhia de Saneamento Básico Águas de Joinville.

A fase 1 é composta dos dados de agosto de 2017 até agosto de 2019. A fase 2 contém os dados de setembro de 2017 a abril de 2022. O ARL_0 adotado foi de 370. Conforme Vining [5], quanto melhor estimada for a fase 1, melhor será a análise da fase 2, assim, adequações podem e devem ser feitas nesta fase até se obter um processo estável,

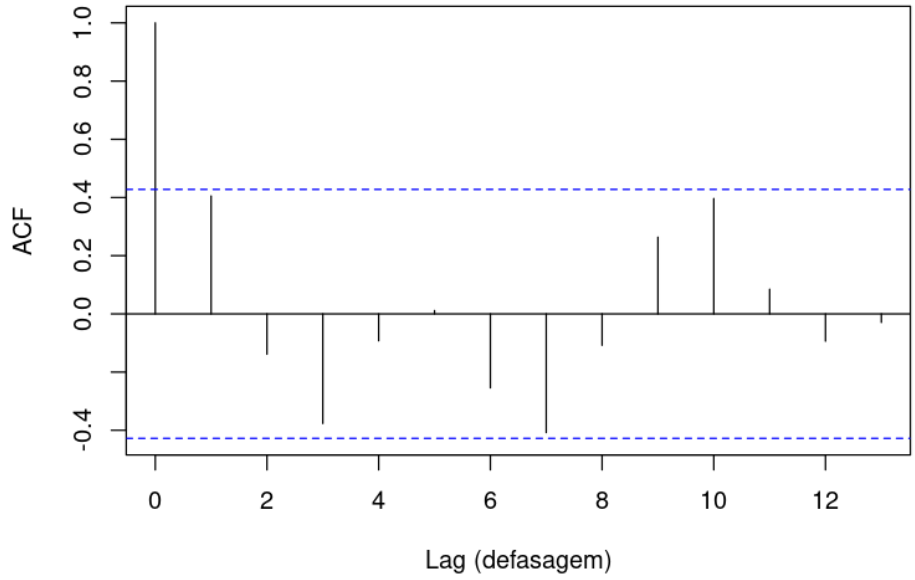
ajustado, ou seja, sob controle estatístico. Para Montgomery [4] a fase 1 deve conter ao menos 20 elementos. Nesta fase verifica-se o atendimento das suposições necessárias para aplicação dos gráficos de controle estatístico de processos. As suposições necessárias são a normalidade dos dados e a ausência de autocorrelação. Para verificar a normalidade foi aplicado o teste de Shapiro-Wilk e foram construídos gráficos da função de autocorrelação (ACF) para verificar a presença de correlação serial.

As análises dos dados desta pesquisa foram feitas no software R [11]. Neste fez-se uso do pacote qcc, desenvolvido por Scrucca [12], que permite plotar gráficos de controle do tipo Shewhart, EWMA e CUSUM para variáveis discretas e contínuas [13].

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Após delimitada a fase 1 do processo, percebeu-se valores discrepantes para os meses de dezembro de 2017 e dezembro de 2018. Em uma investigação junto à concessionária de água identificou-se que o valor informado de consumo para tais meses era a média semestral para cada respectivo período e não o valor lido naquela data. Isto levou a valores maiores para os limites de controle, que não correspondem à realidade, sendo assim foram retirados do conjunto de dados os dois meses de dezembro e os meses de janeiro subsequentes. Os dados apresentam distribuição normal de acordo com os resultados do teste Shapiro-Wilk (p-valor = 0,6289). Os dados não são autocorrelacionados (figura 1) e assim são atendidas as condições para uso dos gráficos de controle.

Figura 1: Gráfico da Função de Autocorrelação Amostral (ACF)



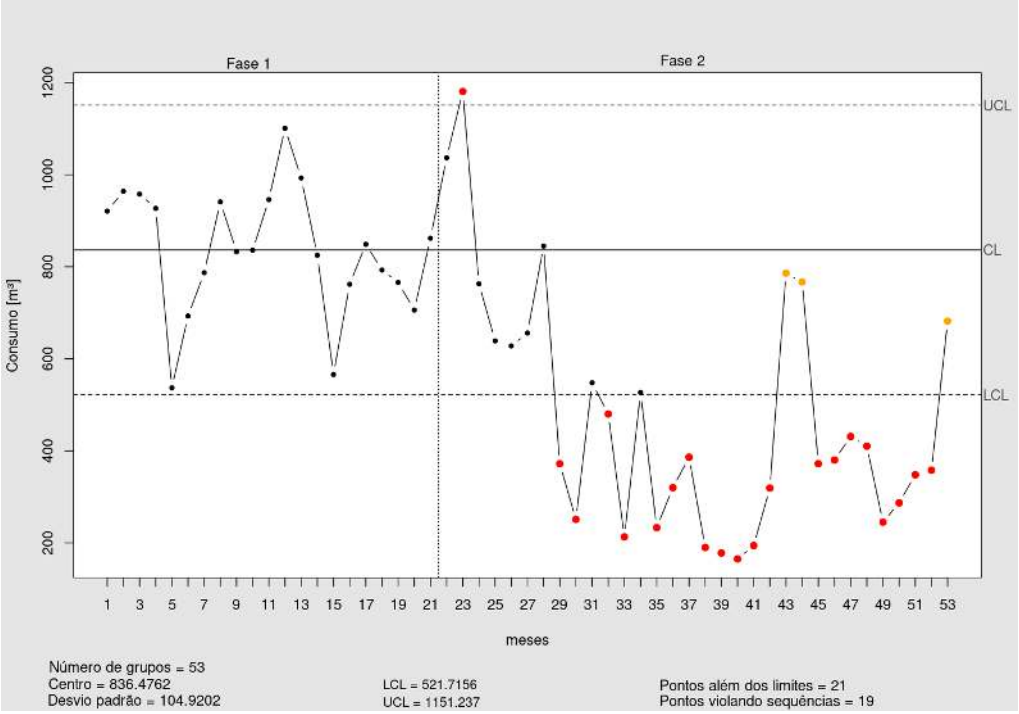
Nota: intervalo com 95% de confiança (linha pontilhada).
Fonte: os autores.

GRÁFICO DE SHEWHART

No gráfico apresentado na figura 2 pode-se perceber uma clara divisão entre a fase de calibração e a de análise. A fase 1 apresenta um processo estável e dito sob controle estatístico. Na fase 2, logo no início percebe-se um ponto (23) acima do limite superior, com o valor aproximado de 1200 m³ de água. Este ponto representa o consumo no mês de outubro de 2019. Esta medida, além dos limites de controle estatístico é explicada por uma reforma na rede de abastecimento da universidade e tal situação exigiu esvaziar e reabastecer os reservatórios do campus.

Conforme as regras de Shewhart apresentadas por Nelson [14], pontos em vermelho, ou seja, além dos limites de controle, indicam que o processo está fora de controle estatístico e devem ser analisados. Os vinte pontos em vermelho (29 ao 52), representam o período no qual o campus teve seu uso restrito, devido à pandemia de COVID-19, de abril de 2020 a março de 2022, respectivamente.

Figura 2: Gráfico de Shewhart



Nota: LCL: limite de controle inferior; UCL: limite de controle superior; CL: linha central.

Fonte: os autores.

A partir do mês de abril de 2022 (último ponto do gráfico), percebe-se que o consumo está novamente dentro dos limites de controle, pois de fato representa o retorno das aulas presenciais no campus. O retorno gradual das aulas presenciais iniciou-se a partir de agosto de 2021.

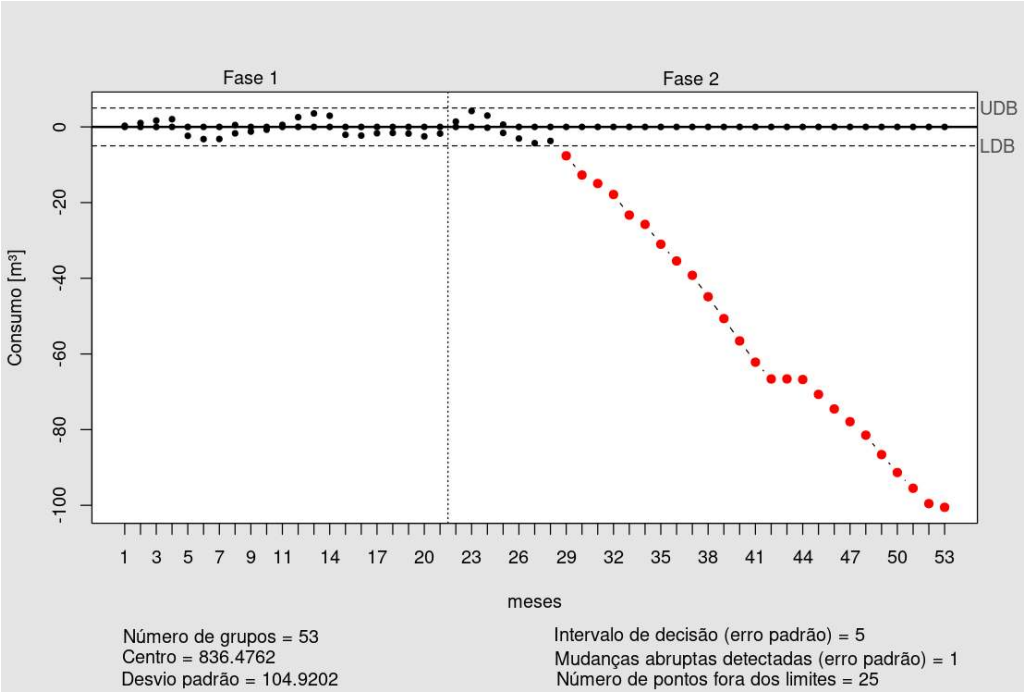
De acordo com Montgomery [4] a habilidade dos gráficos de controle para observações individuais é relativamente insensível quando se trata de detectar variações pequenas entre os dados. Este autor expressa que o uso de limites de controle mais estreitos que 3σ poderia ser uma alternativa para acentuar essa habilidade da detecção de pequenos deslocamentos, porém que esta é uma ação

perigosa que pode gerar tantos alarmes falsos a tal ponto em que os gráficos sejam ignorados. Nesta pesquisa, uma forma alternativa para o caso das variações de pequena magnitude vistas nos pontos em vermelho abaixo do limite inferior, de acordo com Montgomery [4], está em utilizar-se gráficos de CUSUM e/ou EWMA.

GRÁFICOS DE CONTROLE CUSUM E EWMA

Nos gráficos de CUSUM e EWMA nota-se que o 23º ponto não gerou um alerta, diferentemente do gráfico de Shewhart. No gráfico de CUSUM (figura 3) há uma tendência de decréscimo nos dados que pode ser vista a partir da amostra 25. O mesmo comportamento é observado no gráfico EWMA (figura 4).

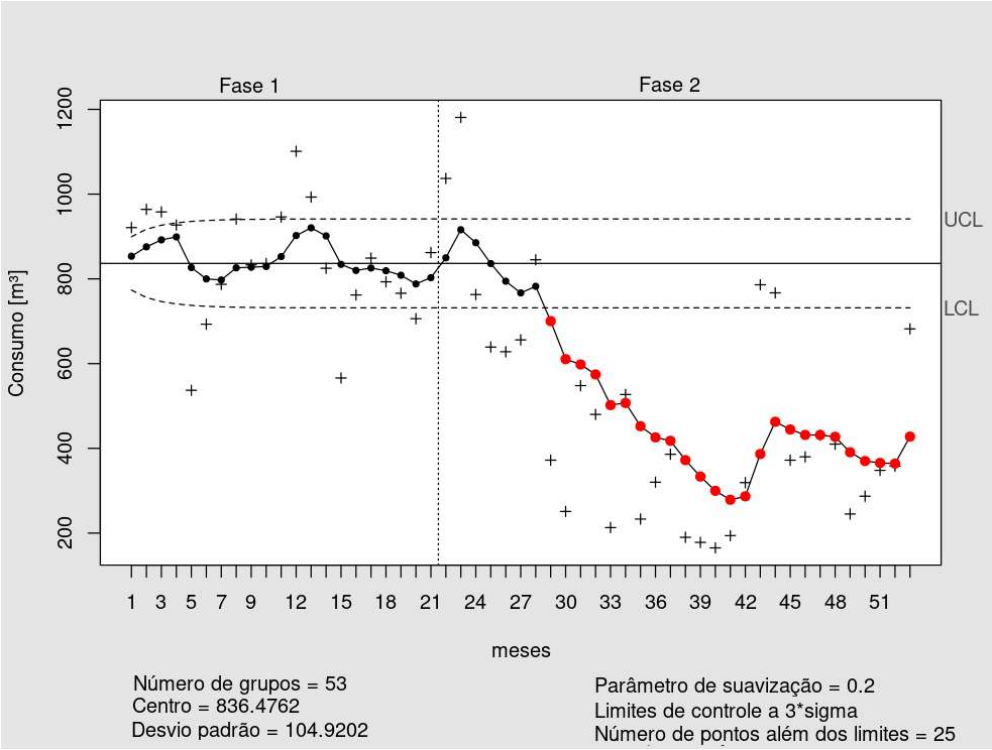
Figura 3: Gráfico de CUSUM



Nota: UDB: limite superior de decisão; LDB: limite inferior de decisão. Os pontos em vermelho representam os meses em que o consumo ficou abaixo do limite inferior da estatística do CUSUM, mostrando uma redução no consumo.

Fonte: os autores.

Figura 4: Gráfico de Controle EWMA



Nota: LCL: limite de controle inferior; UCL: limite de controle superior. Os pontos em vermelho representam os meses em que o consumo ficou abaixo do limite inferior na estatística EWMA.

Fonte: os autores.

Percebe-se também nos gráficos de CUSUM e EWMA que a visualização da redução no consumo de água é mais evidente, e nestes, o processo não retorna para dentro dos limites, diferentemente do gráfico de Shewhart. Isso significa que, ainda que a última amostra do conjunto esteja dentro dos limites no gráfico de Shewhart, este aumento no consumo não é suficiente para retornar o processo ao controle estatístico.

Ressalta-se que, os gráficos CUSUM e EWMA são menos eficazes na detecção de mudanças repentinas e de grande magnitude [4], o que pode ser o caso do retorno presencial de todos os alunos e servidores ocorrido em abril de 2021.

Para complementar, no gráfico EWMA, um leve aumento no consumo de água pode ser visualizado a partir da amostra 43. Nesse momento houve o início do período de retorno gradual das atividades na instituição, a partir de agosto de 2021.

Tratando-se de uma análise com métodos simples, a replicação do método, assim como discussões com outros autores são proporcionadas a partir desta pesquisa. Conforme cita Morote *et al.* [15] ainda são poucas as pesquisas sobre consumo de água em instituições de ensino.

Os resultados deste trabalho concordam com os encontrados com Fonseca [16], que apresenta um estudo de caso em um Instituto Federal, no qual o período de suspensão das aulas presenciais (COVID-19) gerou uma redução no consumo de água. O artigo de Ogunbode [17] apresenta um aumento do consumo de água em escolas de ensino médio após o *lockdown*. Este estudo também recomenda que governos e partes

interessadas no setor de água pensem em alternativas para o consumo de água em situações de crise. Sendo assim, a análise do consumo, gerada na presente pesquisa, pode ajudar no entendimento para o melhor controle do processo de consumo de água em outras instituições.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os três gráficos de controle aqui utilizados apresentam desempenho similar, detectando ao mesmo tempo a diminuição no consumo de água em razão do *lockdown*. O retorno gradativo às atividades presenciais pode ser melhor visualizado no gráfico EWMA. Todavia, o regresso de todas as atividades ensino em abril de 2021 é melhor sinalizado pelo Gráfico de Shewhart. Para estudos futuros indica-se a análise dos dados com aplicação dos gráficos combinados Shewhart-CUSUM e Shewhart-EWMA, além da ampliação do período da série a ser analisada.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq (423090/2021-6), da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina – FAPESC (2023TR000334) e pela Bolsa de Iniciação Científica do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq.

REFERÊNCIAS

[1] SILVA, T. R.; MARIOTTI, M. C.; BRIDI, A. **Aprendendo a lidar com as mudanças de rotina devido ao Covid-19: Orientações Práticas para Rotinas Saudáveis/Learning to deal with change routine due to COVID-19: guidelines healthy routine practices.** Revista Interinstitucional Brasileira de Terapia Ocupacional - REVISBRATO, v. 4, n. 3, p. 519–528, 15 maio 2020.

[2] ONU. **COVID-19 highlights the need for access to clean water.** [Tajiquistão], 2020. Disponível em: <https://www.undp.org/tajikistan/stories/covid-19-highlights-need-access-clean-water>. Acesso em: 7 maio 2024.

[3] OHCHR - Office of the United Nations High Commissioner for Human Rights. **COVID-19 will not be stopped without providing safe water to people living in vulnerable situations.** OHCHR, 20 mar. 2020. Disponível em: <https://www.ohchr.org/en/press-releases/2020/03/covid-19-will-not-be-stopped-without-providing-safe-water-people-living>. Acesso em: 7 maio 2024.

[4] MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade** - 7ª Ed. 2016. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

[5] VINING, G. **Technical Advice: Phase I and phase II control charts. Quality Engineering**, v. 21, n. 4, p. 478-479, 2009. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/08982110903185736>.

[6] STEMANN, D.; WEIHS, C. **The EWMA-X-S-control chart and its performance in the case of precise and imprecise data.** Statistical papers, v. 42, n. 2, p. 207–223, 1 abr. 2001.

[7] WALTER, O. M. F. C. et al. **Aplicação individual e combinada dos gráficos de controle Shewhart e CUSUM: uma aplicação no setor metal mecânico.** Gestão & Produção, v. 20, n. 2, p. 271–286, jun. 2013.
[8] ALVES, C. DA C. **Gráficos de Controle CUSUM: um enfoque dinâmico para a análise estatística de processos.** Florianópolis 2003. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/84565/192006.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 8 maio. 2024.
[9] ALVES, C. DA C. et al. **A utilização de gráficos de controle de soma acumulada (cusum) para monitoramento de um processo de usinagem.** Cadernos do IME - Série Estatística, v. 27, n. 0, 1 dez. 2009.
[10] GIL, A. C. **Como elaborar Projetos de Pesquisa.** 4o ed. São Paulo: Atlas, 2002. Disponível em: <https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/150/o/Anexo_C1_como_elaborar_projeto_de_pesquisa_-_antonio_carlos_gil.pdf>.
[11] R CORE TEAM (2021). R: **A language and environment for statistical computing.** R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponível em: <https://www.R-project.org/> .
[12] SCRUCCA, L. (2004). qcc: **an R package for quality control charting and statistical process control.** R News 4/1, 11-17. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/qcc/qcc.pdf>.
[13] HENNING, E.; ALVES, C. C.; SAMOHYL, R. W. **Gráficos de controle multivariados MEWMA e MCUSUM em ambiente R.** In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 18., 2008, Estância de São Pedro. Anais… Estância de São Pedro, 2008.
[14] NELSON, L. S. **The Shewhart Control Chart—Tests for Special Causes.** Journal of Quality Technology, v. 16, n. 4, p. 237–239, out. 1984.
[15] MOROTE, Á.-F. et al. Water Consumption and Management in Schools in the City of Alicante (Southern Spain) (2000–2017): **Free Water Helps Promote Saving Water?** Water, v. 12, n. 4, p. 1052, 8 abr. 2020.
[16] FONSECA, J. F. R. INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIAS SUSTENTÁVEIS MESTRADO PROFISSIONAL EM TECNOLOGIAS SUSTENTÁVEIS JULIANA FREITAS RAMOS DA FONSECA. **USO RACIONAL DA ÁGUA POTÁVEL NO IFES -ESTUDO DE CASO CAMPUS VITÓRIA.** Vitória 2021. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/bitstream/handle/123456789/1965/DISSERTA%c3%87%c3%83O_Uso_Racional_%c3%81gua_Pot%c3%a1vel_Ifes.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 8 maio. 2024.
[17] OGUNBODE, T. O.; ASIFAT, J. T. **Comparative Assessment of Pre-COVID-19 and Post-COVID-19 Lockdown Water Demand in Selected Institutions of Learning in a Growing Community in Nigeria.** European Journal of Basic Medical Sciences, v. 11, n. 4, p. 38–45, 31 ago. 2021.